

乐山市高中 2023 届期末教学质量检测

理科数学

(本试卷共 4 页,满分:150 分 考试时间:120 分钟)

本试题卷分第一部分(选择题)和第二部分(非选择题)两部分. 第一部分 1 至 2 页,第二部分 3 至 4 页. 考生作答时,须将答案答在答题卡上,在本试题卷、草稿纸上答题无效. 满分 150 分,考试时间 120 分钟. 考试结束后,将本试题卷和答题卡一并交回.

第一部分(选择题 共 60 分)

注意事项:

1. 选择题必须用 2B 铅笔将答案标号填涂在答题卡对应题目标号的位置上.

2. 第一部分共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 一个人连续射击两次,事件“两次都不中靶”的对立事件是

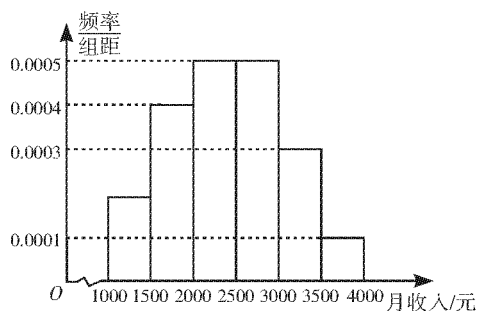
- A. 至多一次中靶 B. 两次都中靶
C. 至少一次中靶 D. 只有 1 次中靶

2. 已知复数 $z=1-2i$, 则 $\frac{1}{z}$ 为

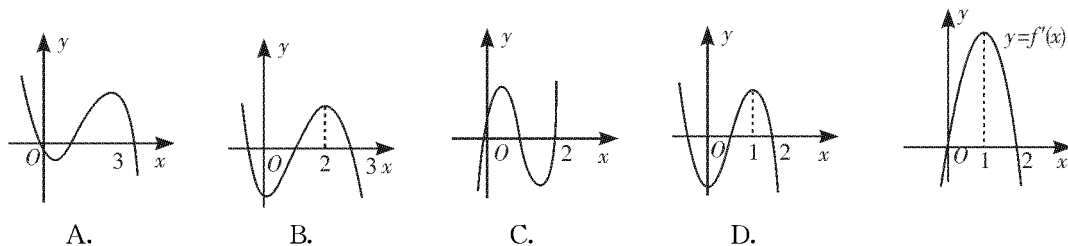
- A. $-\frac{1}{3}-\frac{2}{3}i$ B. $-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}i$ C. $\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$ D. $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$

3. 如图是某公司 500 名员工的月收入的频率分布直方图,则该公司月收入在 2500 元以上的人数是

- A. 175 B. 200
C. 225 D. 250



4. 如图所示 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 的图象,那么 $f(x)$ 的图象最有可能是图中的



5. 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上随机取一个数 x , 则事件“ $\cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ ”发生的概率为
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

6. 对具有线性相关关系的变量 x, y , 测得一组数据如下表

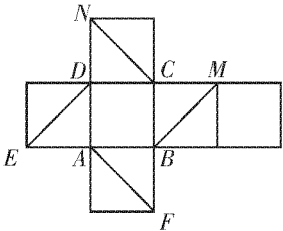
x	1	4	5	6	9
y	15	40	60	70	80

- 根据上表, 利用最小二乘法得到回归直线方程为 $\hat{y} = 8.5x + \hat{a}$, 据此模型来预测当 $x = 40$ 时, y 的估计值为
- A. 340.5 B. 350.5 C. 360.5 D. 370.5
7. 已知函数 $f(x) = x + e^{-x}$, 则函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 的最小值为
- A. 1 B. $1 + \frac{1}{e}$ C. $-1 + e$ D. $1 - \frac{1}{e}$

8. 随机变量 ξ 的取值为 $0, 1, 2$, 若 $P(\xi = 0) = \frac{1}{4}, E(\xi) = 1$, 则 $D(\xi) =$
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

9. 如图是正方体的平面展开图, 则在这个正方体中:

- ① $AF \parallel NC$ ② CN 与 BM 所成角为 60°
- ③ ED 与 CF 为异面直线 ④ $ED \perp BM$



- 以上四个命题中, 正确命题的序号是
- A. ①② B. ②③④
- C. ②④ D. ③④

10. 若函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + a \ln x$ 有两个不同的极值点, 则实数 a 的取值范围是
- A. $a \geq 1$ B. $a > 1$ C. $a < 1$ D. $0 < a < 1$

11. 甲、乙、丙、丁、戊、己共 6 人随机地排成一行, 则甲、乙不相邻, 丁、戊相邻的概率为
- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{12}$

12. 已知函数 $f(x) = e^x + ax$ 有两个零点 x_1, x_2 , 且 $x_1 > x_2$, 则下列说法不正确的是
- A. $a < -e$ B. $x_1 + x_2 > \ln(x_1 x_2) + 2$
- C. $x_1 x_2 > 1$ D. $f(x)$ 有极小值点 $x_0 = \ln(-a)$

第二部分(非选择题 90 分)

注意事项:

1. 考生须用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答案区域作答, 作图可用铅笔画线, 确认后 0.5 毫米黑色墨迹签字笔描清楚, 答在试题卷上无效.

2. 本部分共 10 小题, 共计 90 分.

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. $(1+\sqrt{x})^5$ 的展开式中 x 的系数为_____.
14. $ABCD$ 是复平面内的平行四边形, A, B, C 三点对应的复数分别是 $1+2i, -2-i, -5i$, 则点 D 对应的复数为_____.
15. 成都天府广场设置了一些石凳供大家休息, 这些石凳是由正方体截去八个一样的正四面体得到的“半正多面体”(图 1), 半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体, 半正多面体体现了数学的对称美. 图 2 是一个棱长为 a 的半正多面体, 则该半正多面体共有_____个面, 其体积为_____.



图 1

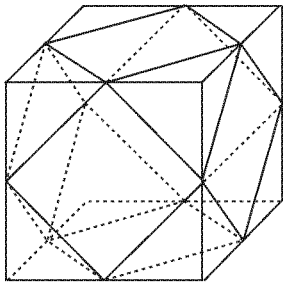


图 2

16. 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 的偶函数, 且 $f(1) = 0$, 当 $x < 0$ 时, $xf'(x) - 3f(x) > 0$, 则使得 $f(x) < 0$ 成立的 x 的取值范围是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤.

17. (10 分)

已知函数 $f(x) = 3x^3 - 12x$.

(1) 求 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程; (2) 求 $f(x)$ 在区间 $[-3, 3]$ 上的单调区间.

18. (12 分)

共享汽车进驻城市, 绿色出行引领时尚, 某市有统计数据显示, 某站点 5 天的使用汽车用户的数据如下, 用两种模型① $y = bx + a$; ② $y = b\sqrt{x} + a$ 分别进行拟合, 进行残差分析得到如表所示的残差值及一些统计量的值:

日期 x (天)	1	2	3	4	5
用户 y (人)	13	22	45	55	68
模型①的残差值	-1.1	-2.8	-1.2	-1.9	0.4
模型②的残差值	0.3	-5.4	-3.2	-1.6	3.8

- (1)残差值的绝对值之和越小说明模型拟合效果越好,根据残差,比较模型①,②的拟合效果,应选择哪一个模型? 并说明理由;
- (2)求出(1)中所选模型的回归方程.

(参考公式: $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$, $\hat{a}=\bar{y}-\hat{b} \bar{x}$, 参考数据: $\sum_{i=1}^5 x_i^2=55$, $\sum_{i=1}^5 x_i y_i=752$)

19. (12 分)

已知 $x=1$ 是 $f(x)=2x-\frac{a}{x}-\ln x$ 的一个极值点.

- (1)求 a 的值;
- (2)设函数 $g(x)=f(x)+\frac{b-1}{x}$, 若函数 $g(x)$ 在区间 $[1,2]$ 内单调递减, 求 b 的取值范围.

20. (12 分)

2021 年,乐山市 38 家 A 级旅游景区累计接待游客 1743 万人次,同比 2020 年增长 33.69%,其中多数人为自助游,某调查机构为了了解“自助游”是否与性别有关,在“五一”旅游期间,随机抽取了 100 名游客,得如下所示的列联表:

	自助游	非自助游	合计
男性	30		45
女性		10	
合计			100

- (1)请将上面的列联表补充完整,并根据列联表判断是否有 95% 的把握认为“自助游”与性别有关系?
- (2)若以抽取样本的频率为概率,从“五一”游客中随机抽取 3 人,求抽取 3 人中恰有 1 人选择“自助游”的概率

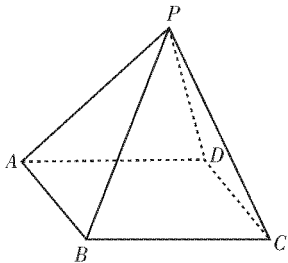
附: $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

21. (12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形,侧面 PAD 是正三角形,侧面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$,平面 $PBC \cap$ 平面 $PAD=l$.

- (1)判断 l 与 BC 的位置关系并给予证明;
- (2)求平面 PBC 与平面 PAD 所成二面角的余弦值.



22. (12 分)

已知函数 $f(x)=-x \ln x$.

- (1)设 $F(x)=ax^2-f'(x)$ ($a \in R$), 试讨论 $F(x)$ 的单调性;
- (2)斜率为 k 的直线与曲线 $y=f'(x)$ 交于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$) 两点,

求证: $x_1 < -\frac{1}{k} < x_2$.