

# 峨眉二中高 2023 届高二下 5 月考

## 数 学 试 题 (文)

出题人：黄建 审题人：王建槐

### 注意事项：

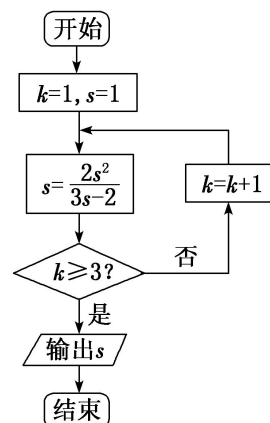
1. 本试卷分第 I 卷（客观题）和第 II 卷（主观题）两部分，合计 150 分。考试结束后本试卷由学生自行保管，答题卡必须按规定上交。
2. 答题前，考生务必在答题卡上将自己的姓名、班级、考号填写清楚，并将考号填涂到对应方框内，请仔细核对。选择题答案进行填涂时请用 2B 铅笔把答题卡上对应的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其他答案，答在试卷试题卷上无效。
3. 主观题作答时，不能超过对应的答题边框，超出指定区域的答案无效。

一、选择题：（共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。每小题只有一个选项是正确的）

1. 设复数  $z$  满足  $z+i=3-i$ ，则  $\bar{z}=(\quad)$ 
  - A.  $-1+2i$
  - B.  $1-2i$
  - C.  $3+2i$
  - D.  $3-2i$
2. 命题“若  $a>b$ ，则  $a+c>b+c$ ”的否命题是( )
  - A. 若  $a\leq b$ ，则  $a+c\leq b+c$
  - B. 若  $a+c\leq b+c$ ，则  $a\leq b$
  - C. 若  $a+c>b+c$ ，则  $a>b$
  - D. 若  $a>b$ ，则  $a+c\leq b+c$
3. “ $x=-3$ ”是“ $x^2+3x=0$ ”的( )
  - A. 充要条件
  - B. 既不充分也不必要条件
  - C. 必要不充分条件
  - D. 充分不必要条件
4. 假设从高一年级全体同学(500 人)中随机抽出 60 人参加一项活动，利用随机数法抽取样本时，先将 500 名同学按 000,001, ..., 499 进行编号，如果从随机数表第 8 行第 11 列的数开始，按三位数连续向右读取，最先抽出的 5 名同学的号码是(下面摘取了此随机数表第 7 行和第 8 行)( )

84421	75331	57245	50688	77047	44767	21763	35025	83921	20676
63016	37859	16955	56719	98105	07175	12867	35807	44395	23879

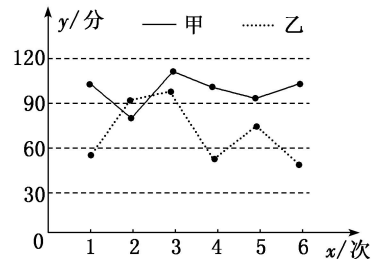
- A. 455 068 047 447 176
  - B. 169 105 071 286 443
  - C. 050 358 074 439 332
  - D. 447 176 335 025 212
5. 执行如图所示的程序框图，输出的  $s$  值为( )
    - A. 4
    - B. 3
    - C. 2
    - D. 1
  6. 已知函数  $f(x)$  的导函数为  $f'(x)$ ，且满足  $f(x)=2xf'(1)+\ln x$ ，则  $f'(1)=(\quad)$ 
    - A.  $-e$
    - B.  $-1$
    - C. 1
    - D.  $e$



7. 甲乙两名同学在高三的 6 次测试的成绩统计如图，甲乙两组数据的平均数

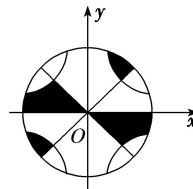
分别为  $\bar{x}_甲$ ,  $\bar{x}_乙$ , 标准差分别为  $s_甲$ ,  $s_乙$ , 则( )

- A.  $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$ ,  $s_甲 < s_乙$       B.  $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$ ,  $s_甲 > s_乙$   
C.  $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$ ,  $s_甲 > s_乙$       D.  $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$ ,  $s_甲 < s_乙$ .

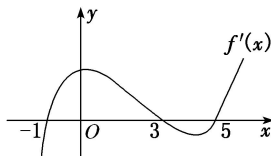


8. 如图所示，黑色部分和白色部分图形是由曲线  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = -\frac{1}{x}$ ,  $y = x$ ,  $y = -x$  及圆构成的. 在圆内随机取一点，则此点取自黑色部分的概率是( )

- A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{8}$       C.  $\frac{\pi}{4}$       D.  $\frac{\pi}{8}$



9. 函数  $y=f(x)$  导函数的图象如图所示，则下列说法错误的是( )



- A.  $(-1, 3)$  为函数  $y=f(x)$  的递增区间      B. 函数  $y=f(x)$  在  $x=0$  处取得极大值  
C.  $(3, 5)$  为函数  $y=f(x)$  的递减区间      D. 函数  $y=f(x)$  在  $x=5$  处取得极小值

10. 已知  $x$  与  $y$  之间的一组数据如表:

$x$	0	1	2	3
$y$	$m$	3	5.5	7

已求得  $y$  关于  $x$  的线性回归方程为  $\hat{y} = 2.1x + 0.85$ , 则  $m$  的值为( )

- A. 0.5      B. 0.7      C. 0.85      D. 1

11. 若函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - \frac{2}{3}$  在区间  $(a, a+5)$  上存在最小值，则实数  $a$  的取值范围是( )

- A.  $(-5, 0)$       B.  $[-5, 0)$       C.  $(-3, 0)$       D.  $[-3, 0)$

12. 在给出的①  $\log_3 \pi < \frac{\pi}{3}$  ②  $\log_5^6 > \log_6^7$  ③  $\sqrt{e} \ln 2 < 1$  三个不等式中，正确的个数为( )

- A. 0 个      B. 1 个      C. 2 个      D. 3 个

二、填空题: (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。)

13. 从 300 名学生(其中男生 180 人, 女生 120 人)中按性别用分层抽样的方法抽取 50 人参加比赛, 则应该抽取男生人数为\_\_\_\_\_人。

14. 在如图所示一组数据的茎叶图中, 有一个数字被污染后模糊不清, 但曾计算得该组数据的极差与中位数之和为 61, 则被污染的数字为\_\_\_\_\_。

2	0	1	5
3	1	1	■ 4
4	2	3	5 7 8

15. 今 4 名医生分别到 A、B、C 三所医院支援抗疫, 每名医生只能去一所医院, 且每个医院至少去一个医生, 则甲、乙两名医生恰好到同一所医院支援的概率为\_\_\_\_\_。

16. 已知函数  $f(x) = \ln x - ax (a \in \mathbb{R})$  的图象与直线  $x - y + 1 = 0$  相切, 则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_。

三、简答题：（本题共 6 个大题，17 题 10 分，其余每题 12 分共 70 分，请写出详细的解题过程。）

17. (10 分) 已知函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + bx$ ，且  $f'(-1) = -4$ ， $f'(1) = 0$ .

(1) 求  $a$  和  $b$  的值；

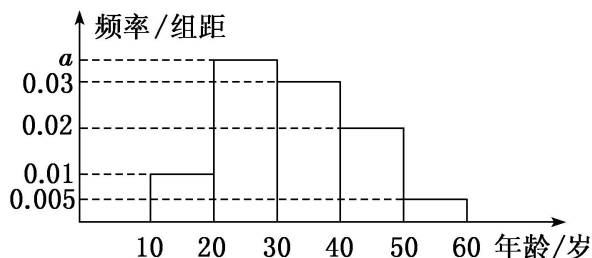
(2) 求函数  $f(x)$  的极值.

18. (12 分) 某网站从春节期间参与收发网络红包的手机用户中随机抽取 10 000 名进行调查，将受访用户按年龄分成 5 组：[10,20)，[20,30)，...，[50,60]，并整理得到如图频率分布直方图.

(1) 求  $a$  的值；

(2) 从春节期间参与收发网络红包的手机用户中随机抽取一人，估计其年龄低于 40 岁的概率；

(3) 估计春节期间参与收发网络红包的手机用户的平均年龄.



19. (12 分) 已知函数  $f(x) = \ln x - ax$ .

(1) 若  $a = 1$  时，求曲线  $f(x)$  在点  $(e, 1-e)$  处的切线方程；

(2) 若函数  $f(x)$  有两个零点，求  $a$  的取值范围.

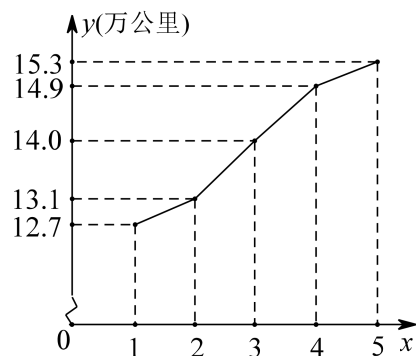
20. (12 分) 铁路作为交通运输的重要组成部分, 是国民经济的大动脉, 在我国经济发展中发挥着重要的作用. 截止 2021 年, 中国铁路营业里程达到 15.3 万公里. 下图是我国 2017~2021 年铁路营业里程折线图, 其中  $x$  表示年份数与 2016 的差,  $y$  (单位: 万公里) 表示各年的营业里程数.

(1) 由折线图易知  $y$  与  $x$  具有较强的线性关系, 试用最小二乘法求  $y$  关于  $x$  的回归直线方程, 并预测 2022 年营业里程为多少万公里?

(2) 从 2017~2021 年的五个营业里程数中随机抽取两个数, 求所取得的两个数中, 至少有一个超过 14 的概率.

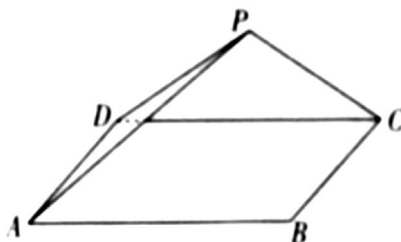
附: 回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$



21. (12 分) 如图, 三角形  $PDC$  所在的平面与矩形  $ABCD$  所在的平面垂直,  $PD = PC = 4$ ,  $AB = 6$ ,  $BC = 3$ .

(1) 证明:  $BC \parallel$  平面  $PDA$ ; (2) 证明:  $BC \perp PD$ ; (3) 求点  $C$  到平面  $PDA$  的距离.



22. (12 分) 已知  $a \in \mathbb{R}$ , 函数  $f(x) = ax - 1 - \ln x$

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性; (2) 当  $a = 1$  时, 若对  $\forall x \in (0, +\infty)$ ,  $f(x) \geq bx - 2$  恒成立, 求实数  $b$  的最大值.