峨眉二中高2023届高二下5月考
文科数学参考答案及评分意见

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.

CADBC　　BDABA　　DC

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13．30　　14．2　　15．$\frac{1}{6}$　　16．$\frac{1}{e^2}-1$

三、解答题：本大题共6小题，共70分.

17. 解：(1)因为 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+ax^2+bx$，所以 $f'(x)=x^2+2ax+b$，　⋯⋯⋯2分

由 $\begin{cases} f'(-1)=-4, \\ f'(1)=0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} 1-2a+b=-4, \\ 1+2a+b=0. \end{cases}$　⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯4分

解得 $a=1$，$b=-3$.　⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯5分

(2)由(1)得 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2-3x$，$x\in\mathbf{R}$，

$$f'(x)=x^2+2x-3=(x-1)(x+3).$$

由 $f'(x)>0$ 得 $x>1$ 或 $x<-3$；　由 $f'(x)<0$ 得 $-3<x<1$.

$\therefore f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty,-3)$，$(1,+\infty)$，

单调递减区间为 $(-3,1)$　⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯8分

$\therefore f(x)$ 在 $x=-3$ 处取得极大值 9，在 $x=1$ 处取得极小值 $-\frac{5}{3}$　⋯⋯⋯⋯⋯⋯10分

18．解：(1)根据频率分布直方图可知 $10\times(a+0.005+0.01+0.02+0.03)=1$，解得 $a=0.035$.　⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯4分

(2)根据题意，样本中年龄低于40岁的频率为：$10\times(0.01+0.035+0.03)=0.75$，所以从春节期间参与收发网络红包的手机用户中随机抽取一人，估计其年龄低于40岁的概率为0.75.　⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯8分

(3)根据题意，春节期间参与收发网络红包的手机用户的平均年龄估计为：

$15\times0.1+25\times0.35+35\times0.3+45\times0.2+55\times0.05=32.5$(岁).　⋯⋯⋯⋯12分

19．解：（1）当$a=1$时，$f(x)=\ln x-x,$，$f'(x)=\frac{1}{x}-1$ ．………2 分

$k=f'(e)=\frac{1}{e}-1$ ………4 分

$\therefore$ 切线方程为$y-(1-e)=(\frac{1}{e}-1)(x-e)$即$(\frac{1}{e}-1)x-y=0$ …………6 分

（2）令$f(x)=0\Rightarrow\frac{\ln x}{x}=a(x>0)$ …………7 分

设$h(x)=\frac{\ln x}{x}(x>0)\Rightarrow h'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$ …………8 分

$h'(x)>0\Rightarrow 0<x<e$

$h'(x)<0\Rightarrow x>e$

$\therefore h(x)$在（0，e）上单调递增，在（e, +∞）单调递减 …9 分

$\because h(e)=\frac{1}{e},x\to 0$时$y\to-\infty,x\to+\infty$时$y\to 0$ …………10 分

$\therefore$函数$f(x)$有两个零点时，a的取值范围为$(0,\frac{1}{e})$ …………12 分

20．解（1）由已知得$\bar{x}=\frac{1+2+3+4+5}{5}=3$，………………1 分

$\bar{y}=\frac{1}{5}(12.7+13.1+14.0+14.9+15.3)=14$，………………2 分

$$\therefore\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_iy_i-5\cdot\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum_{i=1}^{5}x_i^2-5\cdot\bar{x}^2}=\frac{1\times12.7+2\times13.1+3\times14+4\times14.9+5\times15.3-5\times3\times14}{1^2+2^2+3^2+4^2+5^2-5\times3^2}$$

$$=\frac{12.7+26.2+42+59.6+76.5-210}{1+4+9+16+25-45}=\frac{7}{10}=0.7$$ ……………… 4 分

$\therefore\hat{a}=14-0.7\times3=11.9$，$\therefore y=0.7x+11.9$，………………5 分

$\therefore$2022 年的营业里程数为$0.7\times6+11.9=16.1$（万公里）………………6 分

（2）将 12.7, 13.1, 14.0, 14.9, 15.3 这五个数由小到大排列为a,b,c,d,e，其中d,e超过 14 万公里，从中任取两个数得：$ab,ac,ad,ae,bc,bd,be,cd,ce,de.$，共 10 个………………8 分

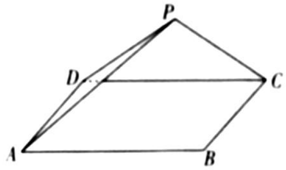
其中至少有一个超过 14 万公里的有 7 个，………………10 分

设至少有一个超过 14 万公里的事件为A，则$P(A)=\frac{7}{10}$. ………………12 分

21．解析：（1）因为四边形$ABCD$是矩形, 所以$BC//AD$, ... 1 分

因为$BC\not\subset$平面PDA, $AD\subset$平面PDA, ... 3 分

所以$BC//$平面PDA . . . . 4 分



（2）因为四边形 ABCD 是矩形，所以 $BC \perp CD$，.....................5 分

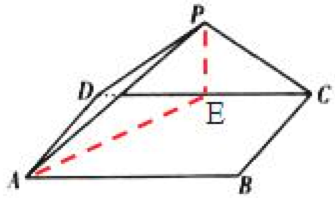
因为平面 $PDC \perp$ 平面 ABCD，平面 $PDC \cap$ 平面 $ABCD = CD$，$BC \subset$ 平面 ABCD，

所以 $BC \perp$ 平面 PDC，.....................7 分

因为 $PD \subset$ 平面 PDC，所以 $BC \perp PD$.....................8 分

（3）取 CD 的中点 E，连结 AE 和 PE，因为 $PD = PC$，所以 $PE \perp CD$，

在 $Rt\Delta PED$ 中，$PE = \sqrt{PD^2 - DE^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$，..............9 分



因为平面 $PDC \perp$ 平面 ABCD，平面 $PDC \cap$ 平面 $ABCD = CD$，$PE \subset$ 平面 PDC，所以 $PE \perp$ 平面 ABCD，................10 分

由（2）知：$BC \perp$ 平面 PDC，由（1）知：$BC // AD$，

所以 $AD \perp$ 平面 PDC，因为 $PD \subset$ 平面 PDC，所以

$AD \perp PD$，.........11 分

设点 C 到平面 PDA 的距离为 h，因为 $V_{三棱锥C-PDA} = V_{三棱锥P-ACD}$，

所以 $\frac{1}{3}S_{\Delta PDA} \cdot h = \frac{1}{3}S_{\Delta ACD} \cdot PE$，

即 $h = \dfrac{S_{\Delta ACD} \cdot PE}{S_{\Delta PDA}} = \dfrac{\frac{1}{2} \times 3 \times 6 \times \sqrt{7}}{\frac{1}{2} \times 3 \times 4} = \dfrac{3\sqrt{7}}{2}$，所以点 C 到平面 PDA 的距离是

$\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$...................12 分

22．解析： (1) $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$，$f'(x) = a - \frac{1}{x} = \frac{ax-1}{x}$，..................1 分

当 $a \leqslant 0$ 时，$f'(x) < 0$，$f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减．..................2 分

当 $a > 0$ 时，令 $f'(x) > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{a}$；.................3 分

令 $f'(x) < 0 \Rightarrow 0 < x < \frac{1}{a}$..................4 分

综上，当 $a \leqslant 0$ 时，$f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，

当 $a > 0$ 时，$f(x)$ 在 $\left(0, \frac{1}{a}\right)$ 上单调递减，在 $\left(\frac{1}{a}, +\infty\right)$ 上单调递增．..................5 分

(2) ∵ $a = 1$，∴ $f(x) = x - 1 - \ln x$，$f(x) \geqslant bx - 2 \Rightarrow 1 + \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} \geqslant b$，.................6 分

令 $g(x) = 1 + \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}$，则 $g'(x) = \frac{\ln x - 2}{x^2}$，.................7 分

由 $g'(x) > 0$，得 $x > e^2$；由 $g'(x) < 0$，得 $0 < x < e^2$，.................9 分

故 $g(x)$ 在 $(0, e^2)$ 上单调递减，在 $(e^2, +\infty)$ 上单调递增，..................10 分

∴ $g(x)_{min} = g(e^2) = 1 - \frac{1}{e^2}$，即 $b \leqslant 1 - \frac{1}{e^2}$，故实数 b 的最大值是 $1 - \frac{1}{e^2}$..................12 分