

峨眉二中 21 级高一下半期考试数学科试题（理）

命题人：杨艳萍 审题人：叶清明

一. 选择题（共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

- 已知向量 $\vec{a} = (3, 1), \vec{b} = (1, k)$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $k =$ ()
A. -4 B. $\frac{1}{3}$ C. 2 D. -3
- 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 若 $a = 4, B = \frac{\pi}{3}, \sin A = \frac{2}{3}$, 则 $b =$ ()
A. 3 B. $3\sqrt{3}$ C. 4 D. $3\sqrt{2}$
- 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AC = 2, BC = 4, \cos C = \frac{1}{4}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()
A. $\frac{\sqrt{15}}{4}$ B. 1 C. $\sqrt{15}$ D. $2\sqrt{15}$
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $a_1 = \frac{1}{4}, d = \frac{1}{2}$, 则 $S_{20} =$ ()
A. 10 B. 20 C. 100 D. 400
- 已知等比数列 $\{a_n\}$, a_2, a_9 是方程 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 的两根, 则 $a_4 a_7 =$ ()
A. 8 B. 10 C. 14 D. 16
- 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\sin A : \sin B : \sin C = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{5}$, 则最大角的弧度数为 ()
A. $\frac{3\pi}{4}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{7\pi}{12}$
- 若 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$, 则下列不等式正确的是 ()
A. $|a| > |b|$ B. $a < b$ C. $\frac{1}{a^3} > \frac{1}{b^3}$ D. $a + b < ab$

- 等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_8 + a_{10} = \frac{1}{2}, a_{11} + a_{13} = 1$, 则 $a_{20} + a_{22} =$ ()
A. 8 B. 4 C. -4 D. -8

- 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, 且 $a \cos C + b \cos A = b$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()

- A. 等腰三角形 B. 直角三角形
C. 等腰直角三角形 D. 等腰或直角三角形

- 如图, 飞机的航线和山顶在同一个铅垂面内, 若飞机的高度为海拔

19km , 速度为 300km/h , 飞行员先在 A 处看到山顶的俯角为 45° ,

经过 2min 后, 又在 B 处看到山顶的俯角为 75° , 则山顶的海拔约为 () (结果精确到 0.1 , 参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$.)

- A. 4.3km B. 5.3km C. 6.3km D. 13.7km

- 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $a_1 < 0, S_9 = S_{16}$, 则 ()

- A. $d < 0$ B. S_n 的最小值为 S_{25}
C. $a_{13} = 0$ D. 满足 $S_n > 0$ 的最大自然数 n 的值为 25

- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{2}$, 且对任意 $n \in N^*$, $\frac{1}{2}a_n^2 = a_{n+1} - a_n, b_n = \frac{1}{a_n + 2} + 1$, 数列 $\{b_n\}$ 的前

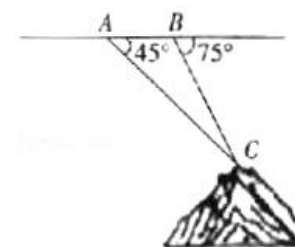
n 项和为 T_n , 则 T_{2021} 的整数部分是 ()

- A. 2021 B. 2022 C. 2023 D. 2024

二. 填空题（共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

- $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b = 6, a = 2c, B = \frac{\pi}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为_____.

- 已知各项都为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $S_{10} = 10, S_{20} = 30$, 则 $S_{30} =$ _____.



15. 已知数列 $\{a_n\}$ 各项均为正数, 若 $a_1=1$, 且 $\ln a_{n+1} = \ln a_n + 1 (n \in N^*)$, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式为_____.

16. 设非零向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 θ , 定义 \vec{a} 与 \vec{b} 的“向量积”: $\vec{a} \times \vec{b}$ 是一个向量, 它的模 $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$, 若 $\vec{a} = (1, 0), \vec{b} = (\sqrt{3}, 1)$, 则 $|\vec{a} \times \vec{b}| =$ _____.

三. 解答题 (共 6 小题, 第 17 题 10 分, 第 18~22 题每小题 12 分, 共 70 分)

17. (10 分) 已知 $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 1, (\vec{a} - 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 3$.

(1) 求 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角;

(2) 求 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 的值.

18. (12 分) 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + 4ax - 3 < 0$.

(1) 若 $a = -1$, 求不等式的解集;

(2) 若不等式的解集是 R , 求 a 的取值范围.

19. (12 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 2, 若 a_2, a_4, a_8 成等比数列.

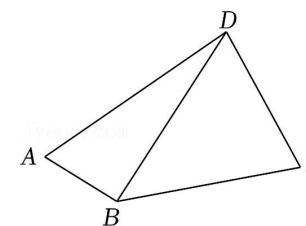
(1) 求等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 S_n .

20. (12 分) 如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle ADC = 90^\circ, \angle A = 60^\circ, \cos \angle ABD = -\frac{1}{7}$.

(1) 求 $\sin \angle ADB$;

(2) 若 $AB = 3, \Delta BDC$ 的面积为 $\frac{39\sqrt{3}}{4}$, 求 CD .



21. (12 分) 已知向量 $\vec{m} = (\sin A, \sin B), \vec{n} = (\cos B, \cos A), \vec{m} \cdot \vec{n} = \sin 2C$, A, B, C 分别为 ΔABC 的三边 a, b, c 所对的角.

(1) 求角 C 的大小;

(2) 若 $\sin A, \sin C, \sin B$ 成等差数列, 且 $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 18$, 求 c 边的长.

22. (12 分) 已知在各项均不相等的等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, 且 a_1, a_2, a_5 成等比数列, 数列 $\{b_n\}$ 中,

$$b_1 = \log_2(a_2 + 1), b_{n+1} = 4b_n + 2^{n+1}, n \in N^*.$$

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求证: $\{b_n + 2^n\}$ 是等比数列, 并求 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(3) 设 $c_n = \begin{cases} \frac{a_k}{b_k + 2^k}, & n = 2k \\ \frac{3 \times 2^k}{4b_k - 2^{k+1} + 2}, & n = 2k - 1 \end{cases} (k \in N^*)$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 $2n$ 项的和 T_{2n} .