

## 乐山市高中 2024 届期末教学质量检测

# 数 学

(试卷满分:150 分 考试时间:120 分钟)

本试题卷分第一部分(选择题)和第二部分(非选择题)两部分.第一部分 1 至 2 页,第二部分 3 至 4 页.考生作答时,须将答案答在答题卡上,在本试题卷、草稿纸上答题无效.满分 150 分,考试时间 120 分钟.考试结束后,将本试题卷和答题卡一并交回.

### 第一部分(选择题 共 60 分)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 过点  $A(1,2)$ 、 $B(-1,0)$  的直线的倾斜角为

- A.  $45^\circ$                       B.  $135^\circ$                       C. 1                      D. -1

2. 过点  $P(-1,2)$  且与直线  $x-2y+1=0$  垂直的直线方程为

- A.  $2x+y+4=0$               B.  $2x+y=0$                       C.  $x+2y-3=0$               D.  $x-2y+5=0$

3. 已知  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ , 下列命题正确的是

- A. 若  $a > b$ , 则  $ac > bc$                       B. 若  $a > b, c > d$ , 则  $ac > bd$

- C. 若  $a > b$ , 则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$                       D. 若  $\frac{1}{|a|} < \frac{1}{|b|}$ , 则  $|a| > |b|$

4.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 已知  $a = \sqrt{6}, c = 2, \cos A = \frac{1}{4}$ , 则  $b =$
- A.  $\sqrt{2}$                       B. 1                      C. 2                      D. 3
5. 在正项等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 a_5 = 4$ , 则  $a_2 a_3 a_4 =$
- A.  $4\sqrt{2}$                       B. 8                      C.  $8\sqrt{2}$                       D. 16
6. 已知向量  $\overrightarrow{AB} = (-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}), \overrightarrow{AC} = (\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ , 则  $\angle BAC =$
- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $90^\circ$
7. 直线  $x - y + 2 = 0$  与圆  $(x - a)^2 + (y - 3)^2 = 2$  相切, 则  $a =$
- A. 3                      B. -1                      C. -3 或 1                      D. 3 或 -1
8. 小王用篱笆围成一个一边靠墙且面积为  $25\text{m}^2$  的矩形菜园, 墙长为 18m, 小王需要合理安排矩形的长宽才能使所用篱笆最短, 则最短的篱笆长度为(参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.4, \sqrt{3} \approx 1.7$ )
- A. 28m                      B. 42m                      C. 14m                      D. 21m
9. 圆  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$  关于直线  $x + y - 1 = 0$  对称的圆的方程是
- A.  $(x - 3)^2 + y^2 = 16$                       B.  $x^2 + (y - 3)^2 = 9$   
C.  $x^2 + (y - 3)^2 = 16$                       D.  $(x - 3)^2 + y^2 = 9$
10. 锐角  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 已知  $\sin B - \sin A(\sin C + \cos C) = 0, a = \sqrt{2}, c = \sqrt{3}$ , 则  $C =$
- A.  $\frac{\pi}{3}$                       B.  $\frac{\pi}{6}$                       C.  $\frac{\pi}{4}$                       D.  $\frac{2}{3}\pi$
11. 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列, 公差为  $d, S_n$  为其前  $n$  项和, 若满足  $S_{15} = 0, S_{16} < 0$ , 给出下列说法:  
①  $d < 0$ ; ②  $a_8 = 0$ ; ③  $S_9 > S_6$ ; ④ 当且仅当  $n = 7$  时,  $S_n$  取得最大值. 其中正确说法的个数为
- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4
12. 向量  $\mathbf{m} = (x, y) (x \geq 0, y \geq 0), |\mathbf{m}| = 1, \mathbf{n} = (1, 1), a = \mathbf{m} \cdot \mathbf{n}$ , 则  $T = (a - \frac{2}{a})^2 - 2(a + \frac{2}{a})$  的取值范围是
- A.  $[-1, +\infty)$                       B.  $[-4\sqrt{2}, -5]$                       C.  $[-4\sqrt{2}, +\infty)$                       D.  $[-9, +\infty)$

## 第二部分(非选择题 90 分)

注意事项:

1. 考生须用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答,作图题可先用铅笔画线,确认后用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔描清楚,答在试题卷上无效.

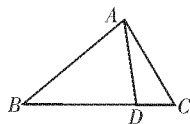
2. 本部分共 10 小题,共 90 分.

二、填空题:本大题共 4 小题;每小题 5 分,共 20 分.

13. 不等式  $\frac{x+3}{x-1} > 0$  的解集为\_\_\_\_\_.

14. 点  $(1,0)$  与圆  $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$  的位置关系是\_\_\_\_\_. (填“在圆内”、“在圆上”、“在圆外”)

15. 如图所示,点  $D$  为  $BC$  上靠近  $C$  的四等分点,若  $\overrightarrow{AD} = \lambda \overrightarrow{BA} + \mu \overrightarrow{BC}$ , 则  $\lambda + \mu =$ \_\_\_\_\_.



16. 数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n a_{n+1} + a_{n+1} a_{n+2} = 2a_n a_{n+2}$ ,  $a_1 = \frac{1}{3}$ ,  $a_3 = \frac{1}{7}$ , 若  $b_n = a_n a_{n+1}$ , 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 则使不等式  $S_n > \frac{1}{7}$  成立的  $n$  的最小值为\_\_\_\_\_.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤.

17. (本小题 10 分)

已知  $O$  为坐标原点,  $\overrightarrow{OA} = (2, 3)$ ,  $\overrightarrow{OB} = (4, 2)$ ,  $\overrightarrow{OC} = (x, 3)$ .

(1) 若  $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{OC}$ , 求  $x$  的值;

(2) 若  $A, B, C$  三点共线, 求  $x$  的值.

18. (本小题 12 分)

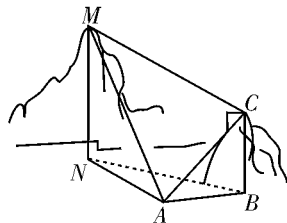
在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_4 - a_1 = 6$ ,  $3a_2 + 2a_3 = 19$ ,  $S_n$  为  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和.

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 求  $S_n$ .

19. (本小题 12 分)

如图,为测量山高  $MN$ ,选择  $A$  和另一座山的山顶  $C$  为测量观测点,从  $A$  点测得点  $M$  的仰角  $\angle MAN=60^\circ$ ,  $C$  点的仰角  $\angle CAB=30^\circ$  以及  $\angle MAC=75^\circ$ ;从  $C$  点测得  $\angle MCA=45^\circ$ . 已知山高  $BC=300\text{m}$ ,求山高  $MN$ .



20. (本小题 12 分)

已知直线  $l$  过点  $P(2,1)$  交圆  $C:x^2+y^2-2x-6y=0$  于  $A,B$  两点.

- (1)当直线  $l$  的倾斜角为  $45^\circ$  时,求  $AB$  的长;
- (2)当  $|AB|$  最小时,求直线  $l$  的方程.

21. (本小题 12 分)

某水库堤坝因年久失修,发生了渗水现象,当发现时已有  $400\text{m}^2$  的坝面渗水. 经测算知渗水现象正在以每天  $4\text{m}^2$  的速度扩散. 当地政府积极组织工人进行抢修. 已知每个工人平均每天可抢修渗水面积  $4\text{m}^2$ , 每人每天所消耗的维修材料费 25 元, 劳务费 75 元, 另外给每人发放 100 元的服装补贴, 每渗水  $1\text{m}^2$  的损失为 75 元. 现在共派去  $x$  名工人, 抢修完成共用  $n$  天.

- (1)写出  $n$  关于  $x$  的函数关系式;
- (2)要使总损失最小,应派多少名工人去抢修(总损失=渗水损失+政府支出).

22. (本小题 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_1=-\frac{2}{3}$ , 且  $2S_n+a_n+2=0$ .

- (1)求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (2)设数列  $\{b_n\}$  满足  $2b_n+(n-3)a_n=0(n\in N^*)$ , 记数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 若

$T_n+\frac{3}{4}\leq tb_n$  对任意  $n\in N^*$  恒成立, 求实数  $t$  的取值范围.